Prérequis pour entrer en première

Cette fiche teste les acquis de seconde indispensables pour aborder la première sereinement. Essaie chaque exercice **sans ton cours**, note tes réponses au brouillon, puis consulte les solutions en fin de fiche. Si tu bloques, c'est le signe qu'il faut reprendre le point correspondant avant d'aller plus loin.

Réussi sans hésitation : passe au suivant. **Réussi avec hésitation** : fais deux exercices supplémentaires pour consolider. **Échoué** : retravaille la leçon correspondante avant de poursuivre.

1 CALCUL D'IMAGES ET NOTATION FONCTIONNELLE

1. Soit $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Calculer $f(-1)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. Soit $g(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$. Calculer $g(0)$ et $g(5)$.
3. Déterminer la (ou les) valeur(s) interdite(s) de g.

2 FONCTIONS AFFINES ET LECTURE GRAPHIQUE

1. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite passant par $A(1\,;\,4)$ et $B(3\,;\,-2)$.
2. On donne $h(x) = -\frac{3}{2}x + 5$. Résoudre $h(x) = 0$, puis déterminer le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Une fonction f est représentée par une courbe. On lit graphiquement que f est croissante sur $[-3\,;\,1]$ et décroissante sur $[1\,;\,5]$, avec $f(1) = 4$. Que peut-on dire de $f(1)$?

3 IDENTITÉS REMARQUABLES

1. Développer $(3x+2)^2$.
2. Factoriser $x^2 - 16$.
3. Factoriser $9x^2 + 12x + 4$.

4 INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

1. Résoudre $-3x + 6 > 0$.
2. Résoudre $4 - 2x \leqslant 3x + 9$.

5 TABLEAU DE SIGNES ET ÉQUATION PRODUIT NUL

1. Dresser le tableau de signes de $P(x) = (2x-6)(x+1)$.
2. Résoudre $(2x-1)(x+3) = 0$.
3. Résoudre $(2x-6)(x+1) \geqslant 0$ à l'aide du tableau de signes de la question 1.

6 VECTEURS ET REPÉRAGE

1. Dans un repère, on donne $A(2\,;\,-1)$ et $B(5\,;\,3)$. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et la distance AB.
2. Calculer les coordonnées du milieu M de $[AB]$.
3. On donne $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

7 PROBABILITÉS

1. On lance deux dés équilibrés à six faces et on additionne les résultats. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 7 ?
2. Dans un lycée, on choisit un élève au hasard. On sait que $60\,\%$ des élèves pratiquent un sport, $40\,\%$ jouent d'un instrument et $15\,\%$ font les deux. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard ne fasse ni sport ni musique ?

SOLUTIONS

1. Calcul d'images et notation fonctionnelle

1. $f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 1 = 2 + 3 + 1 = 6$.
   $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{4} - 3 \times \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 = 0$.
2. $g(0) = \frac{2 \times 0 + 1}{0 - 3} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$.
   $g(5) = \frac{2 \times 5 + 1}{5 - 3} = \frac{11}{2}$.
3. Le dénominateur s'annule quand $x - 3 = 0$, soit $x = 3$. La valeur interdite est 3.

Si tu échoues : reprends le calcul d'images (remplacer x par la valeur, respecter les priorités). Pour les fonctions rationnelles, pense toujours à vérifier que le dénominateur ne s'annule pas.

2. Fonctions affines et lecture graphique

1. Le coefficient directeur est $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 4}{3 - 1} = \frac{-6}{2} = -3$.
   L'équation est $y = -3x + b$. En remplaçant par $A(1\,;\,4)$: $4 = -3 \times 1 + b$, donc $b = 7$.
   L'ordonnée à l'origine est 7. L'équation de la droite est $y = -3x + 7$.
2. $h(x) = 0 \iff -\frac{3}{2}x + 5 = 0 \iff x = \frac{10}{3}$.
   Comme le coefficient directeur est négatif, h est décroissante : $h(x) > 0$ pour $x < \frac{10}{3}$ et $h(x) < 0$ pour $x > \frac{10}{3}$.
3. f est croissante puis décroissante autour de $x = 1$: $f(1) = 4$ est le maximum de f sur $[-3\,;\,5]$.

Si tu échoues : reprends la formule du coefficient directeur, l'équation de droite $y = mx + p$, et la lecture de variations sur un graphique (croissante = monte de gauche à droite).

3. Identités remarquables

1. $(3x + 2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$.
2. $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$.
3. On reconnaît $(3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = (3x + 2)^2$.

Si tu échoues : reprends les trois identités remarquables : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Entraîne-toi à les reconnaître dans les deux sens.

4. Inéquations du premier degré

1. $-3x + 6 > 0 \iff -3x > -6 \iff x < 2$ (on divise par $-3 < 0$: on **inverse le sens**).
   L'ensemble des solutions est $]-\infty\,;\,2[$.
2. $4 - 2x \leqslant 3x + 9 \iff -5x \leqslant 5 \iff x \geqslant -1$ (on divise par $-5 < 0$: on **inverse le sens**).
   L'ensemble des solutions est $[-1\,;\,+\infty[$.

Si tu échoues : reprends la règle fondamentale : quand on multiplie ou divise par un nombre négatif, on inverse le sens de l'inégalité.

5. Tableau de signes et équation produit nul

1. $2x - 6 = 0 \iff x = 3$ et $x + 1 = 0 \iff x = -1$.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$2x-6$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
   $2x-1=0 \iff x=\dfrac{1}{2}$ ou $x+3=0 \iff x=-3$.
   L'ensemble des solutions est $\left\{-3\,;\,\dfrac{1}{2}\right\}$.
3. D'après le tableau, $P(x) \geqslant 0$ pour $x \in \,]-\infty\,;\,-1] \cup [3\,;\,+\infty[$.

Si tu échoues : reprends la règle des signes d'un produit (un produit est positif quand les deux facteurs ont le même signe) et la propriété du produit nul.

6. Vecteurs et repérage

1. $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 5-2 \\ 3-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.
   $AB = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.
2. M a pour coordonnées $\left(\dfrac{2+5}{2}\,;\,\dfrac{-1+3}{2}\right) = \left(\dfrac{7}{2}\,;\,1\right)$.
3. On calcule $3\times 4-(-2)\times(-6) = 12-12 = 0$. Le déterminant est nul, donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
   On vérifie : $\vec{v} = -2\vec{u}$.

Si tu échoues : reprends les formules de coordonnées d'un vecteur $(x_B-x_A\,;\,y_B-y_A)$, de distance ($\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$), de milieu, et le critère de colinéarité par le déterminant.

7. Probabilités

1. L'univers contient $6\times 6 = 36$ issues équiprobables. Les couples donnant une somme de 7 sont : $(1\,;\,6)$, $(2\,;\,5)$, $(3\,;\,4)$, $(4\,;\,3)$, $(5\,;\,2)$, $(6\,;\,1)$, soit 6 issues.
   $P(\text{somme}=7) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.
2. Soit S l'événement « pratique un sport » et M l'événement « joue d'un instrument ».
   $P(S\cup M) = P(S)+P(M)-P(S\cap M) = 0{,}60+0{,}40-0{,}15 = 0{,}85$.
   $P(\overline{S\cup M}) = 1-0{,}85 = 0{,}15$. La probabilité est $0{,}15$ (soit $15\,\%$).

Si tu échoues : reprends le modèle d'équiprobabilité, le dénombrement par tableau à double entrée, et la formule $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.