Les fonctions

Exercice 1 ***Vocabulaire des fonctions (3ᵉ–2ᵈᵉ).*** Pour chaque situation, donner l'image, l'antécédent et l'écriture avec la notation $f(x)$:

1. « L'image de 5 par f est -2. »
   Image : .... Antécédent : .... Notation : ....
2. « Par la fonction g, le nombre 4 a pour image 11. »
   Image : .... Antécédent : .... Notation : ....
3. « -3 est un antécédent de 8 par la fonction h. »
   Image : .... Antécédent : .... Notation : ....
4. La courbe de la fonction f passe par le point de coordonnées $(2\,;\,7)$.
   Image : .... Antécédent : .... Notation : ....
5. $g(-1) = 4$.
   Image : .... Antécédent : ....
   En mots : ....
6. « Quand $x = 0$, la fonction f donne 3. »
   Image : .... Antécédent : .... Notation : ....

Exercice 2 ***Calculer des images (2ᵈᵉ).***

1. Soit $f(x) = 3x - 7$. Calculer :
   a) $f(0) =$ .... b) $f(4) =$ ....
   c) $f(-2) =$ .... d) $f\left(\dfrac{1}{3}\right) =$ ....
2. Soit $g(x) = x^2 - 4$. Calculer :
   a) $g(0) =$ .... b) $g(3) =$ ....
   c) $g(-2) =$ .... d) $g(-5) =$ ....
3. Soit $h(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$. Calculer :
   a) $h(0) =$ .... b) $h(5) =$ .... c) $h(-1) =$ ....

   Pourquoi ne peut-on pas calculer $h(3)$?

Exercice 3 ***Tableau de valeurs (3ᵉ–2ᵈᵉ).*** Soit $h(x) = x^2 - 2x - 3$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

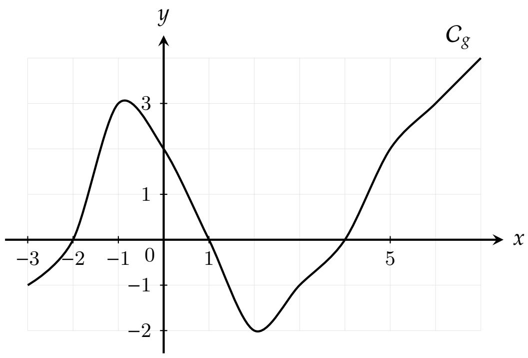
x	-2	-1	0	1	2	3	4
$h(x)$							

2. Quelle est l'image de 0 par h ? ....
3. Quels sont les antécédents de 0 par h (d'après le tableau) ? ....

4. D'après le tableau, sur quel(s) intervalle(s) la fonction h semble-t-elle croissante ? décroissante ?

5. En déduire : la fonction h est-elle croissante sur $[-2\,;\,4]$? Justifier.

Exercice 4 ***Lecture graphique : images (3^e–2^{de}).*** On considère la fonction g dont la courbe $\mathcal{C}_g$ est représentée ci-dessous.



Par lecture graphique, déterminer :

a) $g(-3) =$ ………………… b) $g(-1) =$ ………………… c) $g(0) =$ …………………

d) $g(2) =$ ………………… e) $g(4) =$ ………………… f) $g(6) =$ …………………

Exercice 5 ***Lecture graphique : antécédents et résolutions (2^{de}).*** En utilisant le graphique de l'exercice précédent, résoudre graphiquement chaque équation :

1. $g(x) = 0$ Solutions : ……………………………………………………………………
2. $g(x) = 3$ Solutions : ……………………………………………………………………
3. $g(x) = -2$ Solutions : ……………………………………………………………………
4. $g(x) = 5$ Solutions : ……………………………………………………………………

Puis répondre aux questions suivantes :

5. Combien le nombre 0 a-t-il d'antécédents par g ? ……………………………………
6. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction g est-elle strictement positive ?

Exercice 6 ***Tableau de variations (2^{de}).*** En utilisant le graphique de la fonction g (exercice 4) :

1. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction g est-elle croissante ?

   ……………………………………………………………………………………………

2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction g est-elle décroissante ?

   ……………………………………………………………………………………………

3. Dresser le tableau de variations de g sur $[-3\,;\,7]$.

4. Quel est le maximum de g sur $[-3\,;\,7]$? En quelle valeur de x est-il atteint ?

   ....

5. Quel est le minimum de g sur $[-3\,;\,7]$? En quelle valeur de x est-il atteint ?

   ....

Exercice 7 ***Fonction en contexte (2^{de}).*** On remplit une piscine avec un tuyau. Le volume d'eau V (en litres) en fonction du temps t (en heures) depuis le début du remplissage est donné par la formule :

$$V(t) = 50t + 200$$

1. Quel est le volume d'eau dans la piscine au début du remplissage ($t = 0$) ?

2. Quel est le volume d'eau après 3 heures ?

3. Au bout de combien de temps la piscine contiendra-t-elle 700 litres ?

4. La fonction V est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.

5. Cette modélisation a-t-elle un sens pour $t = -5$? Expliquer.

On considère maintenant une deuxième situation. Un réservoir contient 60 litres d'eau. Un robinet fuit et perd $0{,}5$ litre par minute. Le volume d'eau restant R (en litres) en fonction du temps t (en minutes) est :

$$R(t) = 60 - 0{,}5t$$

6. Quel volume d'eau reste-t-il après 20 minutes ?

7. Au bout de combien de temps le réservoir sera-t-il vide ?

8. La fonction R est-elle croissante ou décroissante ? Comparer avec la fonction V de la première situation.

Exercice 8 ***QCM (2^{de}).*** Pour chaque question, entourer la bonne réponse.

1. On sait que $f(3) = 7$. Quelle affirmation est correcte ?

   A. 3 est l'image de 7 par f | **B.** 3 est un antécédent de 7 par f

   C. La courbe de f passe par $(7\ ;\ 3)$ | **D.** f vaut $\dfrac{7}{3}$

2. Soit $f(x) = x^2 - 1$. L'image de -3 par f est :

   A. -10 **B.** -7 **C.** 8 **D.** 10

3. Sur un graphique, pour trouver les antécédents de 2 par f, on :

   A. trace la droite $y = 2$ et on lit les abscisses des intersections

   B. trace la droite $x = 2$ et on lit l'ordonnée de l'intersection

   C. cherche le point d'ordonnée 2 et on lit son ordonnée

   D. trace la droite $y = 2$ et on lit les ordonnées des intersections

4. f est décroissante sur $[1\ ;\ 5]$ et on sait que $f(2) = 7$. Alors :

   A. $f(4) > 7$ | **B.** $f(4) = 7$

   C. $f(1) < f(5)$ | **D.** $f(4) < 7$

5. Le tableau de variations d'une fonction f montre qu'elle est croissante sur $[-3\ ;\ 1]$ (de -2 à 4) puis décroissante sur $[1\ ;\ 5]$ (de 4 à 0). Alors :

   A. f a un minimum de 4 en $x = 1$ | **B.** f a un maximum de 4 en $x = 1$

   C. f a un minimum de 1 en $x = 4$ | **D.** f a un maximum de 1 en $x = 4$

6. On sait que $g(2) = 5$ et $g(4) = 5$. Alors :

   A. g n'est pas une fonction | **B.** 2 et 4 sont les images de 5 par g

   C. 2 et 4 sont deux antécédents de 5 par g | **D.** g est constante

Exercice 9 ***Vrai ou faux ?.*** Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier :

A. Si $f(2) = 5$, alors le point $(5\,;\,2)$ est sur la courbe de f.

B. Une fonction peut associer la même image à deux nombres différents.

C. Si f est croissante sur $[0\,;\,10]$, alors $f(3) < f(7)$.

D. La fonction $f(x) = x^2$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

E. Si $f(a) = 0$, on dit que a est une racine (ou un zéro) de f.

F. Si la courbe de f passe par $(0\,;\,4)$, alors $f(4) = 0$.

G. Pour toute fonction f et tout nombre b, l'équation $f(x) = b$ a au moins une solution.

H. Si f est décroissante sur $[-2\,;\,3]$ avec $f(-2) = 6$ et $f(3) = -1$, alors le maximum de f sur $[-2\,;\,3]$ est 6.

I. Si la courbe d'une fonction est une droite horizontale, alors ce n'est pas une vraie fonction.

J. Une fonction doit obligatoirement être définie par une formule algébrique.

K. Les fonctions $f(x) = 3x - 1$ et $f(t) = 3t - 1$ sont deux fonctions différentes.