# Les équations

Une équation, c'est une égalité qui contient un nombre inconnu, souvent noté $x$. Résoudre une équation, c'est trouver la (ou les) valeur(s) de $x$ qui rendent cette égalité vraie. Les équations sont un outil fondamental : elles permettent de modéliser des problèmes concrets et de trouver une quantité inconnue à partir d'informations connues. La principale difficulté vient du signe =, que les élèves lisent souvent comme « donne le résultat » au lieu de le comprendre comme une **relation d'équilibre entre deux expressions**.

## Vocabulaire (5e)

**Équation :** égalité mathématique comportant un nombre inconnu (souvent noté $x$). Exemples : $3x+5=20$ ; $2x-1=x+4$.
**Inconnue :** la lettre qui représente le nombre que l'on cherche. Dans $3x+5=20$, l'inconnue est $x$.
**Membre de gauche :** l'expression qui se trouve **à gauche** du signe =. Dans $3x+5=20$, c'est $3x+5$.
**Membre de droite :** l'expression qui se trouve **à droite** du signe =. Dans $3x+5=20$, c'est $20$.
**Solution :** la valeur de $x$ qui rend l'égalité **vraie**. Si on remplace $x$ par $5$ dans $3x+5=20$, on obtient $3\times 5+5=20$, c'est vrai : donc $x=5$ est la solution.
**Résoudre :** trouver toutes les solutions d'une équation.

*Attention : le signe = dans une équation ne signifie pas « donne le résultat ». Il signifie que les deux membres ont la **même valeur**. C'est une balance en équilibre.*

## Vérifier si un nombre est solution (5e)

Pour vérifier si un nombre est solution d'une équation, on **remplace** l'inconnue par ce nombre dans **chaque membre** et on compare les résultats.

**Exemples**

- Le nombre $4$ est-il solution de $2x+3=11$ ?

  Membre de gauche : $2\times\mathbf{4}+3=8+3=11$
  Membre de droite : $11$

  On obtient $11=11$ : les deux membres sont égaux, donc $x=4$ **est** solution.
- Le nombre $3$ est-il solution de $5x-1=2x+7$ ?

  Membre de gauche : $5\times\mathbf{3}-1=15-1=14$
  Membre de droite : $2\times\mathbf{3}+7=6+7=13$

  On obtient $14\neq 13$ : les deux membres ne sont pas égaux, donc $x=3$ **n'est pas** solution.
- Le nombre $-2$ est-il solution de $x^2+x=2$ ?

  Membre de gauche : $(\mathbf{-2})^2+(\mathbf{-2})=4-2=2$
  Membre de droite : $2$

  On obtient $2=2$, donc $x=-2$ **est** solution.

*Vérifier une solution est une compétence essentielle : elle permet de contrôler son travail et de repérer ses erreurs. Il faut toujours vérifier en remplaçant dans l'équation de départ.*

**Exercice 1** *Vérifier une solution (5ᵉ)* **(3 points)** Pour chaque équation, dire si la valeur proposée est solution :

1. $3x + 1 = 13$ pour $x = 4$.
2. $5x - 3 = 17$ pour $x = 3$.
3. $2x + 7 = x + 10$ pour $x = 3$.
4. $4x - 5 = 3x + 2$ pour $x = 7$.
5. $x^2 - 5x = -6$ pour $x = 2$.
6. $3(x + 1) = 2x + 8$ pour $x = 5$.

## Le principe d'équivalence ($5^e$–$4^e$)

Pour résoudre une équation, on utilise le **principe d'équivalence** :

**On peut effectuer la même opération des deux côtés du signe = sans changer la solution.**

Concrètement :

1. On peut **ajouter** (ou soustraire) le même nombre aux deux membres ;
2. on peut **multiplier** (ou diviser) les deux membres par le même nombre **non nul**.

L'objectif est d'**isoler** $x$ d'un côté du signe =.

**Exemples**

- Résoudre $x + 7 = 12$ :

$$x + 7 = 12$$
$$x + 7\mathbf{-7} = 12\mathbf{-7} \qquad \text{(on soustrait 7 des deux côtés)}$$
$$x = 5$$

Vérification : $5 + 7 = 12$. ✓

- Résoudre $3x = 18$ :

$$3x = 18$$
$$\frac{3x}{\mathbf{3}} = \frac{18}{\mathbf{3}} \qquad \text{(on divise les deux côtés par 3)}$$
$$x = 6$$

Vérification : $3 \times 6 = 18$. ✓

*Attention : « changer de côté, changer de signe » est un raccourci qui fonctionne, mais il cache le raisonnement. On recommande de toujours écrire l'opération effectuée des deux côtés, au moins dans un premier temps.*

**Exercice 2** *Équations simples en une étape (5ᵉ)* **(3 points)** Résoudre chaque équation (une seule opération suffit) :

a) $x + 5 = 9$ b) $x - 3 = 7$ c) $4x = 20$

d) $x + 12 = 4$ e) $-2x = 10$ f) $\frac{x}{3} = 5$

### Résoudre une équation du type $ax + b$

Pour résoudre une équation de la forme $ax + b = c$, on procède en **deux étapes** :

1. On isole le terme en $x$ : on soustrait (ou ajoute) le terme constant $b$ des deux côtés ;
2. on isole $x$ : on divise les deux côtés par le coefficient $a$.

**Exemples**

- Résoudre $3x + 5 = 20$ :

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= 20 \\ 3x + 5\mathbf{-5} &= 20\mathbf{-5} && \text{(on soustrait 5)} \\ 3x &= 15 \\ \frac{3x}{\mathbf{3}} &= \frac{15}{\mathbf{3}} && \text{(on divise par 3)} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

  Vérification : $3 \times 5 + 5 = 15 + 5 = 20$. ✓

- Résoudre $4x - 7 = 13$ :

$$\begin{aligned} 4x - 7 &= 13 \\ 4x - 7\mathbf{+7} &= 13\mathbf{+7} && \text{(on ajoute 7)} \\ 4x &= 20 \\ x &= \frac{20}{4} = 5 && \text{(on divise par 4)} \end{aligned}$$

  Vérification : $4 \times 5 - 7 = 20 - 7 = 13$. ✓

- Résoudre $-2x + 9 = 3$ :

$$\begin{aligned} -2x + 9 &= 3 \\ -2x + 9\mathbf{-9} &= 3\mathbf{-9} && \text{(on soustrait 9)} \\ -2x &= -6 \\ x &= \frac{-6}{-2} = 3 && \text{(on divise par } -2\text{)} \end{aligned}$$

  Vérification : $-2 \times 3 + 9 = -6 + 9 = 3$. ✓

**Exercice 3** **(4 points)** Résoudre chaque équation et vérifier la solution :

1. $2x + 3 = 11$
2. $5x - 4 = 16$
3. $7x + 2 = -12$
4. $-3x + 1 = 10$
5. $6x - 5 = -23$
6. $-4x - 3 = 9$
7. $\frac{x}{2} + 3 = 7$
8. $\frac{x}{5} - 1 = 3$

### Résoudre une équation du type $ax + b$

Quand l'inconnue $x$ apparaît **des deux côtés**, on regroupe d'abord les termes en $x$ d'un côté et les termes constants de l'autre.

**Méthode :**

1. On soustrait (ou ajoute) le terme en $x$ d'un côté pour regrouper tous les $x$ ensemble ;
2. on soustrait (ou ajoute) le terme constant pour regrouper les nombres ;
3. on divise par le coefficient de $x$.

**Exemples**

- Résoudre $5x + 3 = 2x + 15$ :

$$\begin{aligned}
5x + 3 &= 2x + 15 \\
5x + 3\mathbf{-2x} &= 2x + 15\mathbf{-2x} && \text{(on soustrait } 2x \text{ des deux côtés)} \\
3x + 3 &= 15 \\
3x + 3\mathbf{-3} &= 15\mathbf{-3} && \text{(on soustrait } 3\text{)} \\
3x &= 12 \\
x &= \frac{12}{3} = 4 && \text{(on divise par } 3\text{)}
\end{aligned}$$

  Vérification : $5 \times 4 + 3 = 23$ et $2 \times 4 + 15 = 23$. ✓

- Résoudre $7x - 2 = 3x + 10$ :

$$\begin{aligned}
7x - 2 &= 3x + 10 \\
7x - 2 - 3x &= 3x + 10 - 3x && \text{(on soustrait } 3x\text{)} \\
4x - 2 &= 10 \\
4x &= 12 && \text{(on ajoute } 2\text{)} \\
x &= 3 && \text{(on divise par } 4\text{)}
\end{aligned}$$

  Vérification : $7 \times 3 - 2 = 19$ et $3 \times 3 + 10 = 19$. ✓

- Résoudre $2x + 9 = 5x - 6$ :

$$\begin{aligned}
2x + 9 &= 5x - 6 \\
2x + 9 - 2x &= 5x - 6 - 2x && \text{(on soustrait } 2x\text{)} \\
9 &= 3x - 6 \\
9 + 6 &= 3x && \text{(on ajoute } 6\text{)} \\
15 &= 3x \\
x &= 5 && \text{(on divise par } 3\text{)}
\end{aligned}$$

  Vérification : $2 \times 5 + 9 = 19$ et $5 \times 5 - 6 = 19$. ✓

*Cas particuliers : il arrive que les termes en x s'annulent des deux côtés.*

- Si on obtient une égalité **toujours vraie** (par exemple $3 = 3$), l'équation a une **infinité de solutions** : tout nombre convient. Exemple : $2x + 5 = 2x + 5$.
- Si on obtient une égalité **toujours fausse** (par exemple $3 = 7$), l'équation **n'a pas de solution** : aucun nombre ne convient. Exemple : $x + 3 = x + 7$.

**Exercice 4** ***Équations avec $x$ des deux côtés (4^e^)*** **(4 points)** Résoudre chaque équation et vérifier la solution :

a) $4x + 1 = 2x + 9$  b) $6x - 5 = 3x + 7$  c) $3x + 8 = 7x - 4$

d) $9x - 1 = 4x + 14$  e) $2x + 11 = 8x - 1$  f) $x + 15 = 5x - 1$

### Équations avec parenthèses (4e)

Quand une équation contient des parenthèses, on **développe d'abord**, puis on résout comme précédemment.

**Exemples**

- Résoudre $3(x + 2) = 21$ :

$$\begin{aligned} 3(x+2) &= 21 \\ 3x + 6 &= 21 && \text{(on développe)} \\ 3x &= 15 && \text{(on soustrait 6)} \\ x &= 5 && \text{(on divise par 3)} \end{aligned}$$

Vérification : $3(5 + 2) = 3 \times 7 = 21$. ✓

- Résoudre $2(3x - 1) = 4x + 6$ :

$$\begin{aligned} 2(3x-1) &= 4x + 6 \\ 6x - 2 &= 4x + 6 && \text{(on développe)} \\ 6x - 2 - 4x &= 4x + 6 - 4x && \text{(on soustrait } 4x\text{)} \\ 2x - 2 &= 6 \\ 2x &= 8 && \text{(on ajoute 2)} \\ x &= 4 && \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

Vérification : $2(3 \times 4 - 1) = 2 \times 11 = 22$ et $4 \times 4 + 6 = 22$. ✓

- Résoudre $5(x + 1) - 3(x - 2) = 15$ :

$$\begin{aligned} 5(x+1) - 3(x-2) &= 15 \\ 5x + 5 - 3x + 6 &= 15 && \text{(on développe ; attention au signe − devant 3)} \\ 2x + 11 &= 15 && \text{(on réduit)} \\ 2x &= 4 && \text{(on soustrait 11)} \\ x &= 2 && \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

Vérification : $5(2 + 1) - 3(2 - 2) = 15 - 0 = 15$. ✓

**Exercice 5** ***Équations avec parenthèses (4^e^)*** **(4 points)** Résoudre chaque équation et vérifier la solution :

a) $2(x + 5) = 16$  b) $4(x - 3) = 2x + 2$  c) $3(2x + 1) = 5x + 7$

d) $5(x - 2) - 2(x + 1) = 5$  e) $-(x - 4) = 2x + 1$  f) $3(x + 4) - (2x - 5) = 20$

### Équations à solution fractionnaire ($4^e$)

La solution d'une équation n'est pas toujours un nombre entier. Si la division ne « tombe pas juste », on laisse le résultat sous forme de **fraction irréductible**.

**Exemples**

- Résoudre $5x + 2 = 9$ :

$$\begin{aligned} 5x + 2 &= 9 \\ 5x &= 7 && \text{(on soustrait 2)} \\ x &= \frac{7}{5} && \text{(on divise par 5)} \end{aligned}$$

  Vérification : $5 \times \frac{7}{5} + 2 = 7 + 2 = 9$. ✓

- Résoudre $4x + 1 = 3x + 5$ :

$$\begin{aligned} 4x + 1 - 3x &= 3x + 5 - 3x && \text{(on soustrait } 3x\text{)} \\ x + 1 &= 5 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

  (Ici la solution est entière, cela peut arriver même avec des coefficients plus grands.)

- Résoudre $3x - 4 = x + 5$ :

$$\begin{aligned} 3x - 4 - x &= x + 5 - x && \text{(on soustrait } x\text{)} \\ 2x - 4 &= 5 \\ 2x &= 9 && \text{(on ajoute 4)} \\ x &= \frac{9}{2} && \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

  Vérification : $3 \times \frac{9}{2} - 4 = \frac{27}{2} - \frac{8}{2} = \frac{19}{2}$ et $\frac{9}{2} + 5 = \frac{9}{2} + \frac{10}{2} = \frac{19}{2}$. ✓

*Un résultat fractionnaire n'est pas une erreur ! Les élèves veulent souvent un nombre entier et arrondissent ou modifient leur calcul. Il faut résister à cette tentation et vérifier la fraction dans l'équation de départ.*

**Exercice 6** ***Équations à solution fractionnaire ($4^e$)*** **(3 points)** Résoudre chaque équation (la solution n'est pas toujours entière) :

a) $3x + 1 = 8$ b) $7x - 2 = 4x + 5$ c) $2x + 3 = 10$
d) $5x - 1 = 2x + 8$ e) $4(x - 1) = 3x + 2$ f) $6x + 5 = 4x + 12$

### Mettre un problème en équation ($4^e$)

La mise en équation est l'utilisation la plus concrète des équations : on traduit un problème en langage mathématique. La méthode est la suivante.

1. Choisir l'inconnue et préciser ce qu'elle représente.
2. Traduire les informations du problème par une égalité entre deux expressions.
3. Résoudre l'équation.
4. Vérifier que la solution convient au problème : la substituer dans l'équation de départ **et** s'assurer qu'elle a du sens dans le contexte (un âge ne peut pas être négatif, un prix non plus, une longueur est strictement positive, etc.).

**Exemples**

- *« Un nombre augmenté de* $8$ *est égal au triple de ce nombre. »*
  On note $x$ le nombre cherché. L'équation est :

  $$x + 8 = 3x$$

  Résolution :

  $$\begin{aligned} x + 8 - x &= 3x - x \\ 8 &= 2x \\ x &= 4 \end{aligned}$$

  Vérification : $4 + 8 = 12$ et $3 \times 4 = 12$. ✓ Le nombre cherché est $4$.
- *« Dans un rectangle, la longueur mesure* $3$ *cm de plus que la largeur. Le périmètre est* $26$ *cm. Quelles sont les dimensions du rectangle ? »*
  On note $x$ la largeur (en cm). La longueur est $x + 3$. Le périmètre est :

  $$2x + 2(x + 3) = 26$$

  Résolution :

  $$\begin{aligned} 2x + 2x + 6 &= 26 && \text{(on développe)} \\ 4x + 6 &= 26 && \text{(on réduit)} \\ 4x &= 20 && \text{(on soustrait } 6\text{)} \\ x &= 5 && \text{(on divise par } 4\text{)} \end{aligned}$$

  La largeur est $5$ cm et la longueur est $5 + 3 = 8$ cm.
  Vérification : périmètre $= 2 \times 5 + 2 \times 8 = 10 + 16 = 26$ cm. ✓

**Exercice 7** *Mise en équation (4^e^)* **(5 points)** Pour chaque problème, poser l'équation, la résoudre et vérifier :

1. Le double d'un nombre, diminué de $5$, est égal à $13$. Quel est ce nombre ?
2. La somme de trois nombres consécutifs est $72$. Quels sont ces trois nombres ?
3. Un père a $35$ ans de plus que son fils. Dans $5$ ans, l'âge du père sera le triple de l'âge du fils. Quel est l'âge actuel du fils ?
4. Un commerçant vend un article avec une réduction de $15$ . Le prix réduit est les $\frac{2}{3}$ du prix initial. Quel était le prix initial ?

**Erreurs classiques sur les équations**

| Erreur | Exemple faux | Correction |
|---|---|---|
| Opérer sur un seul membre | $3x+5=20$ donne $3x=20+5=25$ | $3x+5=20$ donne $3x=20-5=15$ (on soustrait 5 des **deux** côtés) |
| Changer de côté sans changer de signe | $x+7=12$ donne $x=12+7$ | $x+7=12$ donne $x=12-7=5$ |
| Diviser par le coefficient en oubliant un signe | $-2x=8$ donne $x=4$ | $-2x=8$ donne $x=\frac{8}{-2}=-4$ |
| Oublier de développer avant de résoudre | $2(x+3)=10$ donne $x+3=5$ | On développe d'abord : $2x+6=10$, puis $2x=4$, $x=2$ |
| Confondre solution et calcul | « $x=3\times5+2=17$ » | $x$ est l'inconnue, pas le résultat d'un calcul. On écrit $x=17$ à la fin |
| Ne pas vérifier | On trouve $x=3$ et on ne vérifie pas | On remplace dans l'équation de départ pour confirmer |

**Exercice 8** *Synthèse (4e)* **(5 points)** Résoudre chaque équation. Attention : les types sont mélangés.

1. $7x-3=25$
2. $4(x+2)=3x+11$
3. $5x+1=5x+1$
4. $2x-9=6x+3$
5. $3(2x-5)-(x+1)=2(x+3)$
6. $\frac{x}{4}+5=8$

**Exercice 9** *Vrai ou faux ?* **(3 points)** Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier :

**A.** L'équation $x+5=5+x$ a pour solution $x=0$.
**B.** L'équation $2x=x$ a pour unique solution $x=0$.
**C.** Si $5x=0$, alors $x=5$.
**D.** L'équation $x+3=x+7$ n'a pas de solution.
**E.** Si $x=-2$ est solution de $3x+a=4$, alors $a=10$.
**F.** Résoudre $4x-1=3$ revient à calculer $\frac{3+1}{4}$.
**G.** L'équation $x^2=9$ a exactement une solution.
**H.** Pour résoudre $\frac{x}{3}=7$, on divise 7 par 3.

## SOLUTIONS DES EXERCICES

### Corrigé de l'exercice 1.

1. Pour $x = 4$ : membre de gauche $= 3 \times 4 + 1 = 13$ ; membre de droite $= 13$. On a $13 = 13$, donc $x = 4$ **est solution**. ✓
2. Pour $x = 3$ : membre de gauche $= 5 \times 3 - 3 = 12$ ; membre de droite $= 17$. On a $12 \neq 17$, donc $x = 3$ **n'est pas solution**. La solution est $x = 4$ (car $5 \times 4 - 3 = 17$).
3. Pour $x = 3$ : membre de gauche $= 2 \times 3 + 7 = 13$ ; membre de droite $= 3 + 10 = 13$. On a $13 = 13$, donc $x = 3$ **est solution**. ✓
4. Pour $x = 7$ : membre de gauche $= 4 \times 7 - 5 = 23$ ; membre de droite $= 3 \times 7 + 2 = 23$. On a $23 = 23$, donc $x = 7$ **est solution**. ✓
5. Pour $x = 2$ : membre de gauche $= 2^2 - 5 \times 2 = 4 - 10 = -6$ ; membre de droite $= -6$. On a $-6 = -6$, donc $x = 2$ **est solution**. ✓
6. Pour $x = 5$ : membre de gauche $= 3(5 + 1) = 3 \times 6 = 18$ ; membre de droite $= 2 \times 5 + 8 = 18$. On a $18 = 18$, donc $x = 5$ **est solution**. ✓

### Corrigé de l'exercice 2.

1. $x + 5 = 9$ :
$$\begin{aligned} x + 5 - 5 &= 9 - 5 && \text{(on soustrait 5 des deux côtés)} \\ x &= 4 \end{aligned}$$
Vérification : $4 + 5 = 9$. ✓
2. $x - 3 = 7$ :
$$\begin{aligned} x - 3 + 3 &= 7 + 3 && \text{(on ajoute 3 des deux côtés)} \\ x &= 10 \end{aligned}$$
Vérification : $10 - 3 = 7$. ✓
3. $4x = 20$ :
$$\begin{aligned} \frac{4x}{4} &= \frac{20}{4} && \text{(on divise les deux côtés par 4)} \\ x &= 5 \end{aligned}$$
Vérification : $4 \times 5 = 20$. ✓
4. $x + 12 = 4$ :
$$\begin{aligned} x + 12 - 12 &= 4 - 12 && \text{(on soustrait 12 des deux côtés)} \\ x &= -8 \end{aligned}$$
Vérification : $-8 + 12 = 4$. ✓
5. $-2x = 10$ :
$$\begin{aligned} \frac{-2x}{-2} &= \frac{10}{-2} && \text{(on divise les deux côtés par } -2\text{)} \\ x &= -5 \end{aligned}$$
Vérification : $-2 \times (-5) = 10$. ✓

6. $\dfrac{x}{3} = 5$ :

$$\frac{x}{3} \times 3 = 5 \times 3 \qquad \text{(on multiplie les deux côtés par 3)}$$
$$x = 15$$

Vérification : $\dfrac{15}{3} = 5.$ ✓

**Corrigé de l'exercice 3.**

1. $2x + 3 = 11$ :

$$2x + 3 - 3 = 11 - 3 \qquad \text{(on soustrait 3)}$$
$$2x = 8$$
$$x = \frac{8}{2} = 4 \qquad \text{(on divise par 2)}$$

Vérification : $2 \times 4 + 3 = 11.$ ✓

2. $5x - 4 = 16$ :

$$5x - 4 + 4 = 16 + 4 \qquad \text{(on ajoute 4)}$$
$$5x = 20$$
$$x = \frac{20}{5} = 4 \qquad \text{(on divise par 5)}$$

Vérification : $5 \times 4 - 4 = 16.$ ✓

3. $7x + 2 = -12$ :

$$7x + 2 - 2 = -12 - 2 \qquad \text{(on soustrait 2)}$$
$$7x = -14$$
$$x = \frac{-14}{7} = -2 \qquad \text{(on divise par 7)}$$

Vérification : $7 \times (-2) + 2 = -14 + 2 = -12.$ ✓

4. $-3x + 1 = 10$ :

$$-3x + 1 - 1 = 10 - 1 \qquad \text{(on soustrait 1)}$$
$$-3x = 9$$
$$x = \frac{9}{-3} = -3 \qquad \text{(on divise par } -3\text{)}$$

Vérification : $-3 \times (-3) + 1 = 9 + 1 = 10.$ ✓

5. $6x - 5 = -23$ :

$$6x - 5 + 5 = -23 + 5 \qquad \text{(on ajoute 5)}$$
$$6x = -18$$
$$x = \frac{-18}{6} = -3 \qquad \text{(on divise par 6)}$$

Vérification : $6 \times (-3) - 5 = -18 - 5 = -23.$ ✓

6. $-4x - 3 = 9$ :

$$\begin{aligned} -4x - 3 + 3 &= 9 + 3 && \text{(on ajoute 3)} \\ -4x &= 12 \\ x &= \frac{12}{-4} = -3 && \text{(on divise par } -4\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $-4 \times (-3) - 3 = 12 - 3 = 9.$ ✓

7. $\frac{x}{2} + 3 = 7$ :

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + 3 - 3 &= 7 - 3 && \text{(on soustrait 3)} \\ \frac{x}{2} &= 4 \\ x &= 4 \times 2 = 8 && \text{(on multiplie par 2)} \end{aligned}$$

Vérification : $\frac{8}{2} + 3 = 4 + 3 = 7.$ ✓

8. $\frac{x}{5} - 1 = 3$ :

$$\begin{aligned} \frac{x}{5} - 1 + 1 &= 3 + 1 && \text{(on ajoute 1)} \\ \frac{x}{5} &= 4 \\ x &= 4 \times 5 = 20 && \text{(on multiplie par 5)} \end{aligned}$$

Vérification : $\frac{20}{5} - 1 = 4 - 1 = 3.$ ✓

### Corrigé de l'exercice 4.

1. $4x + 1 = 2x + 9$ :

$$\begin{aligned} 4x + 1 - 2x &= 2x + 9 - 2x && \text{(on soustrait } 2x\text{)} \\ 2x + 1 &= 9 \\ 2x &= 8 && \text{(on soustrait 1)} \\ x &= 4 && \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

Vérification : $4 \times 4 + 1 = 17$ et $2 \times 4 + 9 = 17.$ ✓

2. $6x - 5 = 3x + 7$ :

$$\begin{aligned} 6x - 5 - 3x &= 3x + 7 - 3x && \text{(on soustrait } 3x\text{)} \\ 3x - 5 &= 7 \\ 3x &= 12 && \text{(on ajoute 5)} \\ x &= 4 && \text{(on divise par 3)} \end{aligned}$$

Vérification : $6 \times 4 - 5 = 19$ et $3 \times 4 + 7 = 19.$ ✓

3. $3x + 8 = 7x - 4$ :

$$\begin{aligned} 3x + 8 - 3x &= 7x - 4 - 3x && \text{(on soustrait } 3x\text{)} \\ 8 &= 4x - 4 \\ 12 &= 4x && \text{(on ajoute } 4\text{)} \\ x &= 3 && \text{(on divise par } 4\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $3 \times 3 + 8 = 17$ et $7 \times 3 - 4 = 17$. ✓

4. $9x - 1 = 4x + 14$ :

$$\begin{aligned} 9x - 1 - 4x &= 4x + 14 - 4x && \text{(on soustrait } 4x\text{)} \\ 5x - 1 &= 14 \\ 5x &= 15 && \text{(on ajoute } 1\text{)} \\ x &= 3 && \text{(on divise par } 5\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $9 \times 3 - 1 = 26$ et $4 \times 3 + 14 = 26$. ✓

5. $2x + 11 = 8x - 1$ :

$$\begin{aligned} 2x + 11 - 2x &= 8x - 1 - 2x && \text{(on soustrait } 2x\text{)} \\ 11 &= 6x - 1 \\ 12 &= 6x && \text{(on ajoute } 1\text{)} \\ x &= 2 && \text{(on divise par } 6\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $2 \times 2 + 11 = 15$ et $8 \times 2 - 1 = 15$. ✓

6. $x + 15 = 5x - 1$ :

$$\begin{aligned} x + 15 - x &= 5x - 1 - x && \text{(on soustrait } x\text{)} \\ 15 &= 4x - 1 \\ 16 &= 4x && \text{(on ajoute } 1\text{)} \\ x &= 4 && \text{(on divise par } 4\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $4 + 15 = 19$ et $5 \times 4 - 1 = 19$. ✓

### Corrigé de l'exercice 5.

1. $2(x + 5) = 16$ :

$$\begin{aligned} 2x + 10 &= 16 && \text{(on développe)} \\ 2x &= 6 && \text{(on soustrait } 10\text{)} \\ x &= 3 && \text{(on divise par } 2\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $2(3 + 5) = 2 \times 8 = 16$. ✓

2. $4(x - 3) = 2x + 2$ :

$$\begin{aligned} 4x - 12 &= 2x + 2 && \text{(on développe)} \\ 4x - 12 - 2x &= 2x + 2 - 2x && \text{(on soustrait } 2x\text{)} \\ 2x - 12 &= 2 \\ 2x &= 14 && \text{(on ajoute } 12\text{)} \\ x &= 7 && \text{(on divise par } 2\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $4(7 - 3) = 16$ et $2 \times 7 + 2 = 16$. ✓

3. $3(2x+1) = 5x+7$ :

$$\begin{aligned} 6x+3 &= 5x+7 && \text{(on développe)} \\ 6x+3-5x &= 5x+7-5x && \text{(on soustrait } 5x\text{)} \\ x+3 &= 7 \\ x &= 4 && \text{(on soustrait } 3\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $3(2\times4+1) = 3\times9 = 27$ et $5\times4+7 = 27$. ✓

4. $5(x-2) - 2(x+1) = 5$ :

$$\begin{aligned} 5x-10-2x-2 &= 5 && \text{(on développe)} \\ 3x-12 &= 5 && \text{(on réduit)} \\ 3x &= 17 && \text{(on ajoute } 12\text{)} \\ x &= \frac{17}{3} && \text{(on divise par } 3\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $5\left(\frac{17}{3}-2\right) - 2\left(\frac{17}{3}+1\right) = 5\times\frac{11}{3} - 2\times\frac{20}{3} = \frac{55}{3} - \frac{40}{3} = \frac{15}{3} = 5$. ✓

5. $-(x-4) = 2x+1$ :

$$\begin{aligned} -x+4 &= 2x+1 && \text{(on développe : distribuer } -1\text{)} \\ -x+4-2x &= 2x+1-2x && \text{(on soustrait } 2x\text{)} \\ -3x+4 &= 1 \\ -3x &= -3 && \text{(on soustrait } 4\text{)} \\ x &= 1 && \text{(on divise par } -3\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $-(1-4) = -(-3) = 3$ et $2\times1+1 = 3$. ✓

6. $3(x+4) - (2x-5) = 20$ :

$$\begin{aligned} 3x+12-2x+5 &= 20 && \text{(on développe)} \\ x+17 &= 20 && \text{(on réduit)} \\ x &= 3 && \text{(on soustrait } 17\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $3(3+4) - (2\times3-5) = 21 - 1 = 20$. ✓

**Corrigé de l'exercice 6.**

1. $3x+1 = 8$ :

$$\begin{aligned} 3x &= 7 && \text{(on soustrait } 1\text{)} \\ x &= \frac{7}{3} && \text{(on divise par } 3\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $3\times\frac{7}{3}+1 = 7+1 = 8$. ✓

2. $7x-2 = 4x+5$ :

$$\begin{aligned} 7x-2-4x &= 4x+5-4x && \text{(on soustrait } 4x\text{)} \\ 3x-2 &= 5 \\ 3x &= 7 && \text{(on ajoute } 2\text{)} \\ x &= \frac{7}{3} && \text{(on divise par } 3\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $7 \times \frac{7}{3} - 2 = \frac{49}{3} - \frac{6}{3} = \frac{43}{3}$ et $4 \times \frac{7}{3} + 5 = \frac{28}{3} + \frac{15}{3} = \frac{43}{3}$. ✓

3. $2x + 3 = 10$ :

$$\begin{aligned} 2x &= 7 && \text{(on soustrait 3)} \\ x &= \frac{7}{2} && \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

Vérification : $2 \times \frac{7}{2} + 3 = 7 + 3 = 10$. ✓

4. $5x - 1 = 2x + 8$ :

$$\begin{aligned} 5x - 1 - 2x &= 2x + 8 - 2x && \text{(on soustrait } 2x\text{)} \\ 3x - 1 &= 8 \\ 3x &= 9 && \text{(on ajoute 1)} \\ x &= 3 && \text{(on divise par 3)} \end{aligned}$$

Vérification : $5 \times 3 - 1 = 14$ et $2 \times 3 + 8 = 14$. ✓

5. $4(x - 1) = 3x + 2$ :

$$\begin{aligned} 4x - 4 &= 3x + 2 && \text{(on développe)} \\ 4x - 4 - 3x &= 3x + 2 - 3x && \text{(on soustrait } 3x\text{)} \\ x - 4 &= 2 \\ x &= 6 && \text{(on ajoute 4)} \end{aligned}$$

Vérification : $4(6 - 1) = 20$ et $3 \times 6 + 2 = 20$. ✓

6. $6x + 5 = 4x + 12$ :

$$\begin{aligned} 6x + 5 - 4x &= 4x + 12 - 4x && \text{(on soustrait } 4x\text{)} \\ 2x + 5 &= 12 \\ 2x &= 7 && \text{(on soustrait 5)} \\ x &= \frac{7}{2} && \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

Vérification : $6 \times \frac{7}{2} + 5 = 21 + 5 = 26$ et $4 \times \frac{7}{2} + 12 = 14 + 12 = 26$. ✓

**Corrigé de l'exercice 7.**

1. On note $x$ le nombre cherché. Le double diminué de 5 donne $2x - 5$, et cela est égal à 13 :

$$2x - 5 = 13$$

$$\begin{aligned} 2x &= 18 && \text{(on ajoute 5)} \\ x &= 9 && \text{(on divise par 2)} \end{aligned}$$

Vérification : $2 \times 9 - 5 = 18 - 5 = 13$. ✓ Le nombre cherché est 9.

2. On note $x$ le plus petit des trois nombres consécutifs. Les trois nombres sont $x$, $x + 1$ et $x + 2$.

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 72$$

$$\begin{aligned} 3x + 3 &= 72 && \text{(on réduit)} \\ 3x &= 69 && \text{(on soustrait 3)} \\ x &= 23 && \text{(on divise par 3)} \end{aligned}$$

Les trois nombres sont 23, 24 et 25.
Vérification : $23 + 24 + 25 = 72$. ✓

3. On note $x$ l'âge actuel du fils (en années). L'âge du père est $x + 35$.
Dans 5 ans, le fils aura $x + 5$ ans et le père aura $x + 35 + 5 = x + 40$ ans. La condition est :

$$x + 40 = 3(x + 5)$$

$$\begin{aligned} x + 40 &= 3x + 15 && \text{(on développe)} \\ x + 40 - x &= 3x + 15 - x && \text{(on soustrait } x\text{)} \\ 40 &= 2x + 15 \\ 25 &= 2x && \text{(on soustrait 15)} \\ x &= \frac{25}{2} = 12{,}5 \end{aligned}$$

Le fils a 12 ans et demi, et le père a 47 ans et demi.
Vérification : dans 5 ans, le fils aura 17,5 ans et le père 52,5 ans. Or $3 \times 17{,}5 = 52{,}5$. ✓

4. On note $x$ le prix initial (en euros). Le prix réduit est $x - 15$, et il vaut $\frac{2}{3}$ du prix initial :

$$x - 15 = \frac{2}{3}x$$

$$\begin{aligned} x - 15 - \frac{2}{3}x &= 0 && \text{(on soustrait } \tfrac{2}{3}x\text{)} \\ \frac{1}{3}x - 15 &= 0 && \text{(car } x - \tfrac{2}{3}x = \tfrac{1}{3}x\text{)} \\ \frac{1}{3}x &= 15 && \text{(on ajoute 15)} \\ x &= 45 && \text{(on multiplie par 3)} \end{aligned}$$

Le prix initial était 45 .
Vérification : $45 - 15 = 30$ et $\frac{2}{3} \times 45 = 30$. ✓

### Corrigé de l'exercice 8.

1. $7x - 3 = 25$ : (type $ax + b = c$)

$$\begin{aligned} 7x &= 28 && \text{(on ajoute 3)} \\ x &= 4 && \text{(on divise par 7)} \end{aligned}$$

Vérification : $7 \times 4 - 3 = 25$. ✓

2. $4(x+2) = 3x + 11$ : (parenthèses + $x$ des deux côtés)

$$\begin{aligned} 4x + 8 &= 3x + 11 && \text{(on développe)} \\ 4x + 8 - 3x &= 3x + 11 - 3x && \text{(on soustrait } 3x\text{)} \\ x + 8 &= 11 \\ x &= 3 && \text{(on soustrait } 8\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $4(3+2) = 20$ et $3 \times 3 + 11 = 20$. ✓

3. $5x + 1 = 5x + 1$ : (cas particulier : identité)

$$\begin{aligned} 5x + 1 - 5x &= 5x + 1 - 5x && \text{(on soustrait } 5x\text{)} \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

On obtient une égalité toujours vraie : **tout nombre** est solution. L'équation a une infinité de solutions.

4. $2x - 9 = 6x + 3$ : ($x$ des deux côtés, solution négative)

$$\begin{aligned} 2x - 9 - 6x &= 6x + 3 - 6x && \text{(on soustrait } 6x\text{)} \\ -4x - 9 &= 3 \\ -4x &= 12 && \text{(on ajoute } 9\text{)} \\ x &= \frac{12}{-4} = -3 && \text{(on divise par } -4\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $2 \times (-3) - 9 = -6 - 9 = -15$ et $6 \times (-3) + 3 = -18 + 3 = -15$. ✓

5. $3(2x-5) - (x+1) = 2(x+3)$ : (plusieurs parenthèses)

$$\begin{aligned} 6x - 15 - x - 1 &= 2x + 6 && \text{(on développe)} \\ 5x - 16 &= 2x + 6 && \text{(on réduit)} \\ 5x - 16 - 2x &= 2x + 6 - 2x && \text{(on soustrait } 2x\text{)} \\ 3x - 16 &= 6 \\ 3x &= 22 && \text{(on ajoute } 16\text{)} \\ x &= \frac{22}{3} && \text{(on divise par } 3\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $3\left(2 \times \frac{22}{3} - 5\right) - \left(\frac{22}{3} + 1\right) = 3 \times \frac{29}{3} - \frac{25}{3} = 29 - \frac{25}{3} = \frac{62}{3}$ et $2\left(\frac{22}{3} + 3\right) = 2 \times \frac{31}{3} = \frac{62}{3}$. ✓

6. $\frac{x}{4} + 5 = 8$ : (fraction)

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} + 5 - 5 &= 8 - 5 && \text{(on soustrait } 5\text{)} \\ \frac{x}{4} &= 3 \\ x &= 3 \times 4 = 12 && \text{(on multiplie par } 4\text{)} \end{aligned}$$

Vérification : $\frac{12}{4} + 5 = 3 + 5 = 8$. ✓

### Corrigé de l'exercice 9.

**A. Faux** (en partie). L'équation $x + 5 = 5 + x$ est vraie pour **tout** nombre $x$ (par commutativité de l'addition). Dire que la solution est $x = 0$ uniquement est incomplet : tout nombre est solution.

**B. Vrai.** $2x = x$ donne $2x - x = 0$, soit $x = 0$. On vérifie : $2 \times 0 = 0$. ✓

**C. Faux.** Si $5x = 0$, on divise par $5$ : $x = 0$, pas $5$. L'erreur consiste à confondre le coefficient avec la solution.

**D. Vrai.** Si on soustrait $x$ des deux côtés : $3 = 7$, ce qui est impossible. Aucun nombre ne peut rendre cette égalité vraie.

**E. Vrai.** On remplace $x$ par $-2$ : $3 \times (-2) + a = 4$, soit $-6 + a = 4$, donc $a = 10$.
Vérification : $3 \times (-2) + 10 = -6 + 10 = 4$. ✓

**F. Vrai.** $4x - 1 = 3$ donne $4x = 4$ puis $x = \frac{4}{4} = 1$. Et $\frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$. Le raccourci est correct car on ajoute $1$ au numérateur puis on divise par $4$.

**G. Faux.** $x^2 = 9$ a **deux** solutions : $x = 3$ et $x = -3$ (car $3^2 = 9$ et $(-3)^2 = 9$).

**H. Faux.** Pour résoudre $\frac{x}{3} = 7$, on **multiplie** $7$ par $3$ : $x = 21$. Diviser donnerait $\frac{7}{3}$, ce qui est faux.
Vérification : $\frac{21}{3} = 7$. ✓